

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича  
Сибирского отделения Российской академии наук**

УТВЕРЖДАЮ



Директор ИТПМ СО РАН,  
чл.-корр. РАН

 А.Н. Шиплюк

«24» 09 2018 г.

**СОВРЕМЕННЫЕ МОДЕЛИ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ**

Рабочая программа дисциплины

**Направление подготовки:** 01.06.01 – «Математика и механика»,

**Направленность:** 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

**Квалификация выпускника**

Исследователь. Преподаватель-исследователь

**Форма обучения - очная**

Новосибирск 2018

## Содержание

|   |    |
|---|----|
| Аннотация .....   | 3  |
| 1. Цели освоения дисциплины.....  | 3  |
| 2. Место дисциплины в структуре ООП.....  | 3  |
| 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения<br>дисциплины.....   | 3  |
| 4. Структура и содержание дисциплины.....   | 4  |
| 4.1. Краткое содержание разделов дисциплины .....   | 7  |
| 5. Образовательные технологии .....   | 8  |
| 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов.....   | 8  |
| 7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной<br>аттестации по итогам освоения дисциплины ..... | 9  |
| 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....  | 9  |
| 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....  | 9  |
| 10. Банк обучающих материалов, рекомендации по организации<br>самостоятельной работы аспирантов.....                      | 10 |
| 11. Банк контролирующих материалов.....   | 10 |

## Аннотация

Программа курса «Современные модели механики сплошной среды» составлена в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами по направлению подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению подготовки 01.06.01 «математика и механика».

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля:

Текущий контроль: экспресс-опросы, контрольные работы, домашние задания.

Промежуточный контроль: семинары.

Итоговый контроль: зачет.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 академических часа (из них 34 контактных: предусмотрены 26 часов лекций, 4 часа – семинары, 38 часов самостоятельной работы, включая период сессии, 4 часа – консультация перед зачетом и зачет). Работа с обучающимися в интерактивных формах составляет 8 часов

| Семестр   | Общий объем | Виды учебных занятий (в часах)                 |          |                      | Промежуточная аттестация (в период сессии) (в часах) |   |  |
|---|-------------|--|----------|----------------------|--|---|--|
|   |             | Контактная работа обучающихся с преподавателем |          |                      | Самостоятельная работа, не включая период сессии     | Самостоятельная подготовка к промежуточной аттестации | Контактная работа обучающихся с преподавателем (консультации, зачет) |
|   |             | Лекции   | Семинары | Лабораторные занятия |  |   |  |
| 1   | 2           | 3  | 4        | 5                    | 6  | 7   | 8  |
|   | 72          | 26   | 4        |                      | 32   | 6   | 4  |
| Всего 72 часа /2 зачетных единицы<br>из них: контактная работа 34 часа<br>самостоятельная работа 38 часов |             |  |          |                      |  |   |  |

### 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина (курс) «Современные модели механики сплошной среды» имеет своей целью: дать аспирантам представление об современных моделях механики сплошной среды, связанных с физическими положениями, заложенными в основных уравнениях, на которые опирается континуальная механика. Целью освоения дисциплины является ознакомление со структурой основных направлений науки: от аналитической механики системы многих тел (дискретный подход), через идеи Гиббса – Больцмана (переход к ансамблю и понятию континуума), переход к уравнению Лиувилля, и с использованием теории Н.Н. Боголюбова, дальнейшее получение обобщенных уравнений переноса, частным случаем которых являются уравнения Навье - Стокса и уравнения Эйлера.

### 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к группе вариативных дисциплин Блока1 направления подготовки аспирантов Института - 01.06.01 - "Математика и механика" в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом (ФГОС, физико-математические, технические науки).

Данный курс является базисом, на основе которого строится единая связанная структура динамической теории системы атомов (классическая механика системы дискретных точек), кинетической теории неравновесных процессов в системе многих тел – континуальной модели материи, и построение основных уравнений механики сплошных сред.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника **профессиональных компетенций**:



способность свободно владеть фундаментальными разделами математики и механики, необходимыми для решения научно-исследовательских задач механики деформируемого твердого тела (ПК-1);

способность использовать знания современных проблем и новейших достижений механики деформируемого твердого тела в своей научно-исследовательской деятельности (ПК-2);

способность самостоятельно ставить конкретные задачи научных исследований в области механики деформируемого твердого тела, а также решать их с помощью современной аппаратуры, оборудования, информационных технологий с использованием новейшего отечественного и зарубежного опыта (ПК-3);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- знать: структуру иерархии моделей от системы взаимодействующих атомов до уравнений механики сплошных тел и основные предположения, заложенные в этом обобщенном подходе на каждом этапе усложнения модели;
- уметь: использовать полученные теоретические знания при решении практических задач, относящихся к области механики сплошных сред;
- владеть современными методами и подходами в исследовании неравновесных процессов.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет  2  зачетных единицы,  72  часа.

| № п/п | Раздел дисциплины  | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоемкость (в часах) |          |                        | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)<br>Форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|-------|--|---------|-----------------|---|----------|------------------------|---|
|       |  |         |                 | Лекции  | Семинары | Самостоятельная работа |   |
| 1     | <b>1. Введение.</b><br>Во «Введении» раскрывается основная цель курса лекций «Современные модели механики сплошной среды» - физическое обоснование используемых моделей и уравнений механики сплошных сред. Рассматривая процессы на микроуровне и используя подходы кинетической теории в курсе проходит путь от взаимодействия атомов и молекул до |         |                 | 2   |          | 4                      | Экспресс опрос  |

|   |  |  |    |   |    |  |                |
|---|--|--|----|---|----|--|----------------|
|   | <p>уравнений континуальной теории. При этом раскрывается и анализируется структура такого пути и, соответственно, структура курса лекций.</p> <p>Уравнения состояния многофазных сред.</p>   |  |    |   |    |  |                |
| 2 | <p><b>Элементы аналитической механики.</b></p> <p><b>2.1 Формализм Ньютона</b><br/>Система материальных точек. Связи. Основная задача динамики. Идеальные связи. Общее уравнение динамики. Обобщенные координаты. Обобщенные силы. Уравнения Лагранжа второго рода. Потенциальные, гироскопические, диссипативные силы. Теорема об изменении полной энергии.</p> <p><b>2.2 Формализм Лагранжа</b><br/>Функция Лагранжа. Обобщенный потенциал. Анализ природы сил, рассматриваемых в формализме Лагранжа</p> <p><b>2.3 Формализм Гамильтона</b><br/>Теорема Донкина. Функция Гамильтона. Динамические уравнения. Фазовое пространство. Сохранение фазового объема.</p> <p><b>2.4 Формализм Фон-</b></p> |  | 10 | 2 | 12 |  | Экспресс опрос |

|   |  |  |    |   |    |  |                |
|---|--|--|----|---|----|--|----------------|
|   | <p><b>Неймана</b><br/> Наблюдаемые.<br/> Уравнение динамики наблюдаемых. Скобка Пуассона. Оператор Лиувилля. Алгебра наблюдаемых.<br/> Эволюционный вид уравнений движения. Классический пропагатор. Свойства оператора эволюции.<br/> Функция распределения.<br/> Состояние системы. Чистое состояние. Смешанное состояние. Картина Гамильтона. Картина Лиувилля.</p>   |  |    |   |    |  |                |
| 3 | <p><b>3. Кинетическая теория.</b><br/> <b>3.1 Уравнение Лиувилля.</b> Ансамбль Гиббса. Вывод уравнения Лиувилля, граничные условия, начальные данные. Свойства уравнения Лиувилля: сохранение нормировки, сохранение средней энергии, сохранение глобальной энтропии.<br/> <b>3.2 Теория Боголюбова.</b> S-частичная функция распределения; Цепочка кинетических уравнений Боголюбова. Вывод обобщенных уравнений переноса механики сплошных сред.<br/> <b>3.3 Теория Больцмана.</b> Вывод уравнения Больцмана. H- теорема Больцмана. Второе начало термодинамики.</p> |  | 10 | 2 | 12 |  | Экспресс опрос |



|   |   |  |    |   |    |   |                |
|---|---|--|----|---|----|---|----------------|
|   | Локальное распределение Максвелла. Получение и физический анализ уравнений механики сплошных сред при отсутствии источников энтропии. Обобщенное уравнение переноса Энскога. Вывод обобщенных уравнений переноса механики сплошных сред.  |  |    |   |    |   |                |
| 4 | <b>4. Уравнения переноса механики сплошных сред</b><br><b>4.1</b><br><b>Физический анализ обобщенных уравнений переноса.</b> Дифференциальный объем. Локальная скорость. Интегральная форма уравнений переноса механики сплошных сред. Внутренняя энергия. Тензор напряжений. Тепловой поток.<br><b>4.2</b><br><b>Феноменологические приближения.</b> Уравнения Навье-Стокса. Уравнение Эйлера. Уравнения переноса тепловой и механической энергии. Уравнения переноса энтропии. Второе начало термодинамики. |  | 4  |   | 10 |   | Экспресс опрос |
|   | Консультация перед зачетом, зачет   |  | 0  | 4 |    | 4 |                |
|   | <b>ВСЕГО:</b>   |  | 26 | 4 | 38 | 4 |                |

#### 4.1. Краткое содержание разделов дисциплины

1. Во «Введении» раскрывается основная цель курса лекций «Современные модели механики сплошной среды» - физическое обоснование используемых моделей и уравнений механики сплошных сред. Рассматривая процессы на микроуровне и, используя подходы кинетической

теории в курсе, проходит путь от взаимодействия атомов и молекул до уравнений континуальной теории. При этом раскрывается и анализируется структура такого пути и, соответственно, структура курса лекций.

2. В разделе «Элементы аналитической механики» дается обоснование применения классической нерелятивистской теории к описанию движения атомов и молекул. Дается исторический обзор развития механики и формализмов динамической теории от Ньютона до Фон-Неймана. Дается физический анализ применимости этих подходов к описанию процессов на микроуровне.

3. Показано, как на основе идей Больцмана – Гиббса перехода описания от траекторий отдельных атомов к вероятностному распределению в фазовом и пространстве и пространстве координат и скоростей получаются уравнения Лиувилля и Больцмана. Дается подробный анализ уравнения Лиувилля. Показано, что для описания процессов в рамках механики сплошных сред оно должно быть трансформировано путем введения  $S$  – частичных функций распределения в цепочку уравнений БГКИ. Дается подробный анализ физических приближений, используемых в теории Боголюбова. Из первого уравнения цепочки Боголюбова выводятся обобщенные уравнения переноса механики сплошных сред.

При выводе уравнения Больцмана дается физический анализ используемых приближений. Вводится понятие энтропии Больцмана. Доказана  $H$ -теорема Больцмана. Показано, что при условии отсутствия производства энтропии функция распределения переходит в локальное распределения Максвелла. Получены уравнения механики сплошных сред для этого случая.

Из уравнения Больцмана получено уравнение переноса для характеристик молекул. Из уравнения Энскога получены уравнения переноса механики сплошных сред. Дается сравнительный физический анализ получения этих уравнений из цепочки уравнений Боголюбова.

4. Дается физический анализ обобщенных уравнений переноса механики сплошных сред. На основе введения понятия дифференциального объема и скорости его центра масс проводится переход к уравнениям с переменными, которые традиционно используются в механике сплошных сред. Переход к интегральной форме записи этих уравнений позволяет проанализировать физический смысл обобщенного тензора напряжений и переноса потока тепла. Показано, что использование феноменологических выражений для этих величин позволяет перейти к уравнениям Навье - Стокса и, как частный случай, к уравнению Эйлера. Дается физический анализ использования таких феноменологических приближений.

Из обобщенных уравнений механики сплошных сред получены отдельные уравнения для переноса механической и внутренней континуума. Использование приближения малого отклонения от состояния термодинамического равновесия, при котором верны и уравнения Навье – Стокса, получено уравнение переноса энтропии. Дается анализ источника энтропии в  $H$ -теореме Больцмана. На основе полученного выражения анализируется второе начало термодинамики.

## 5. Образовательные технологии

Создание электронного варианта курса лекций «Современные модели механики сплошной среды». Демонстрационно-компьютерное сопровождение лекционного материала.

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов

Самостоятельная работа обучающихся состоит в изучении методического материала:

1. Ф.Р. Гантмахер Лекции по аналитической механике. –М. «Наука». 1966. –300 с.
2. Р. Балеску Равновесная и неравновесная статистическая механика. Т.1. – М. «Мир». –1978. 408 с.
3. Л.Д. Фаддеев, О.А. Якубовский Лекции по квантовой механике для студентов математиков. – Л., Изд-во Ленинградского университета. – 1980. – 200 с.
4. Д.Н. Зубарев Неравновесная статистическая термодинамика. – М., «Наука». – 1971. –416 с.
5. Н.Н. Боголюбов Проблемы динамической теории в статистической физике. Гостехиздат. 1946.



6. Дж. Уленбек, Дж. Форд Лекции по статистической механике. –М. «Мир». – 1965. – 308 с.
7. Ю.Б. Румер, М.Ш. Рывкин Термодинамика статистическая физика и кинетика –М. «Наука» – 1972. 400 с.

## **7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Освоение компетенций оценивается в части способности свободно владеть фундаментальными разделами математики и механики, необходимыми для решения научно-исследовательских задач; использовать знания современных проблем и новейших достижений в своей научно-исследовательской деятельности; самостоятельно ставить конкретные задачи научных исследований, а также решать их с помощью современной аппаратуры, оборудования, информационных технологий с использованием новейшего отечественного и зарубежного опыта.

Текущий контроль успеваемости:

Текущий контроль усвоения учебного материала предусмотрен на практических занятиях в виде обсуждений пройденных лекционных тем, решения задач, предусмотренных для контроля успеваемости.

Оценочным средством контроля знаний, умений и владений, является итоговый зачет, который проходит в устной форме по билетам (2 вопроса в билете).

Окончательная оценка за курс выставляется на основании устного ответа на зачете с учетом оценок за задания. За пропущенные лекционные занятия аспирант получает по соответствующей теме дополнительный вопрос в ходе устной беседы на зачете. Продолжительность подготовки к ответу на зачете 60 минут. Продолжительность ответа на билет – 10 минут.

Критерии оценки ответа аспиранта на зачете:

«зачет» заслуживает аспирант, показавший на зачете знание основного материала дисциплины, знакомый с основной литературой, предусмотренной программой, демонстрирующий основные знания, умения и владения;

«незачет» выставляется аспиранту, не усвоившему основной программный материал дисциплины, допустивший принципиальные ошибки при ответе.

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

Основная литература:

1. Ф.Р. Гантмахер Лекции по аналитической механике. –М. «Наука». 1966. –300 с.
2. Р. Балеску Равновесная и неравновесная статистическая механика. Т.1. – М. «Мир». –1978. 408 с.
3. Л.Д. Фаддеев, О.А. Якубовский Лекции по квантовой механике для студентов математиков. – Л., Изд-во Ленинградского университета. – 1980. – 200 с.
4. Д.Н. Зубарев Неравновесная статистическая термодинамика. – М., «Наука». – 1971. –416 с.
5. Н.Н. Боголюбов Проблемы динамической теории в статистической физике. Гостехиздат. 1946.
6. Дж. Уленбек, Дж. Форд Лекции по статистической механике. –М. «Мир». – 1965. – 308 с.
7. Ю.Б. Румер, М.Ш. Рывкин Термодинамика статистическая физика и кинетика –М. «Наука» – 1972. 400 с.

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Аудитория в ИТПМ СО РАН, оборудованная всем необходимым для чтения лекций – доска, экран, компьютер, мультимедийный проектор.

## **10. Банк обучающих материалов, рекомендации по организации самостоятельной работы аспирантов**

рекомендации по выполнению курсовых проектов, методические пособия – *печатные и электронные*.

## **11. Банк контролирующих материалов**

**Список вопросов к зачету.**

### **Задание 1**

**Формализм Ньютона** Система материальных точек. Связи. Основная задача динамики. Идеальные связи. Общее уравнение динамики. Обобщенные координаты. Обобщенные силы. Уравнения Лагранжа второго рода. Потенциальные, гироскопические, диссипативные силы. Теорема об изменении полной энергии.

### **Задание 2**

**Формализм Лагранжа.** Функция Лагранжа. Обобщенный потенциал. Анализ природы сил, рассматриваемых в формализме Лагранжа

### **Задание 3**

**Формализм Гамильтона.** Теорема Донкина. Функция Гамильтона. Динамические уравнения. Фазовое пространство. Сохранение фазового объема.

### **Задание 4**

**Наблюдаемые.** Уравнение динамики наблюдаемых. Скобка Пуассона. Оператор Лиувилля. Алгебра наблюдаемых. Эволюционный вид уравнений движения. Классический пропагатор. Свойства оператора эволюции. Функция распределения. Состояние системы. Чистое состояние. Смешанное состояние. Картина Гамильтона. Картина Лиувилля.

### **Задание 5**

**Уравнение Лиувилля.** Ансамбль Гиббса. Вывод уравнения Лиувилля, граничные условия, начальные данные. Свойства уравнения Лиувилля: сохранение нормировки, сохранение средней энергии, сохранение глобальной энтропии.

### **Задание 6**

**Теория Боголюбова.** S- частичная функция распределения; Цепочка кинетических уравнений Боголюбова. Вывод обобщенных уравнений переноса механики сплошных сред.

### **Задание 7**

**Теория Больцмана.** Вывод уравнения Больцмана. H- теорема Больцмана. Второе начало термодинамики. Локальное распределение Максвелла. Получение и физический анализ уравнений механики сплошных сред при отсутствии источников энтропии. Обобщенное уравнение переноса Энского. Вывод обобщенных уравнений переноса механики сплошных сред.

### **Задание 8**

**Физический анализ обобщенных уравнений переноса.** Дифференциальный объем. Локальная скорость. Интегральная форма уравнений переноса механики сплошных сред. Внутренняя энергия. Тензор напряжений. Тепловой поток.

### **Задание 9**

**Феноменологические приближения.** Уравнения Навье-Стокса. Уравнение Эйлера. Уравнения переноса тепловой и механической энергии. Уравнения переноса энтропии. Второе начало термодинамики.

**Программа составлена в соответствии с требованиями следующих нормативных документов:**

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29 декабря 2012 года № 273-ФЗ;
2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 19.11.2013 года № 1259 «Об утверждении порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным



программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре)»;

3. Федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования по направлениям подготовки кадров высшей квалификации: 01.06.01 - "Математика и механика" - приказ Минобрнауки России от 30.07.2014 г. № 866.

**Разработчик,  
Профессор, д.ф.-м.н.**



**Миронов С.Г.**



**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ В РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ**  
за 20\_\_/20\_\_ учебный год

В рабочую программу \_\_\_\_\_

для специальности \_\_\_\_\_

вносятся следующие дополнения и/или изменения:

Дополнения и изменения внес \_\_\_\_\_

(должность, Ф.И.О., подпись)

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры ТПМ Института

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ТПМ

\_\_\_\_\_

(подпись)

\_\_\_\_\_

(Ф.И.О.)