

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича  
Сибирского отделения Российской академии наук  
(ИТПМ СО РАН)



УТВЕРЖДАЮ

Директор ИТПМ СО РАН

чл.-корр. РАН

А.Н. Шиплюк

«24»

09

20/8 г.

Рабочая программа дисциплины

**«Теория упругости»**

**Направление подготовки 01.06.01 «Математика и механика»**

**Направленность 01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела»**

Квалификация выпускника

Исследователь. Преподаватель-исследователь

Формы обучения: очная

Новосибирск 2018

## Содержание

	Аннотация	3
1.	Цель и задачи освоения дисциплины	3
2.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	3
3.	Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	3
4.	Объем дисциплины	4
5.	Входные требования для освоения дисциплины	4
6.	Образовательные технологии	4
7.	Структура и содержание дисциплины	4
	7.1. Содержание тематических разделов	4
	7.2. Тематическое планирование	6
8.	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов	6
9.	Фонд оценочных средств	7
10.	Ресурсное обеспечение	7
	10.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы	7
	10.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	8
	10.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса	8
	10.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины	8

## Аннотация

Программа курса (дисциплины) «Теория упругости» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению подготовки 01.06.01 «математика и механика».

В основу настоящей программы положены следующие дисциплины: математический анализ, механика сплошной среды, уравнения математической физики.

### 1. Цель и задачи освоения дисциплины.

Дисциплина (курс) «Теория упругости» имеет своей целью дать аспирантам углубленные знания и методы решения задач, возникающих при изучении деформирования твердых тел при достаточно малых нагрузках. Особое внимание уделено описанию базовых понятий, которые будут использоваться в последующих курсах, а также вариационных принципов и методов решения плоской задачи.

### 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория упругости» относится к группе вариативных дисциплин Блока 1 направления подготовки аспирантов Института - 01.06.01 - "Математика и механика" в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом (ФГОС) по направленности - механика деформированного твердого тела (физико-математические, технические науки).

Данный курс является базисом, на основе которого строится единая связанная структура теории континуальной модели материи и основных уравнений механики сплошных сред. Он является составной частью обширного раздела механики сплошных сред – механики деформируемого твердого тела.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

ПК-1 Способность свободно владеть фундаментальными разделами математики и механики, необходимыми для решения научно-исследовательских задач механики деформируемого твердого тела;

ПК-2 Способность использовать знания современных проблем и новейших достижений механики и математики в своей научно-исследовательской деятельности;

ПК-3 Способность самостоятельно ставить конкретные задачи научных исследований в области механики деформируемого твердого тела, а также решать их с помощью современной аппаратуры, оборудования, информационных технологий с использованием новейшего отечественного и зарубежного опыта;

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

*З1 Знать* корректную постановку физической задачи теории упругости (основные уравнения и граничные условия); свойства и модели упругого тела;

*У1 Уметь* использовать полученные теоретические знания при решении практических задач, относящихся к области механики деформируемого твердого тела;

*В1 Владеть* современными методами и подходами в исследовании упругого деформирования.

#### 4. Объем дисциплины

Объем дисциплины составляет 2 зачетных единицы, всего 72 часа, из которых 30 часов составляет контактная работа аспиранта с преподавателем (лекции и семинары), 38 часов составляет самостоятельная работа аспиранта, 4 часа – консультация перед зачетом и зачет.

#### 5. Входные требования для освоения дисциплины

Для формирования компетенций в рамках дисциплины аспирант, приступивший к освоению программы аспирантуры, должен:

ЗНАТЬ	<i>возможные сферы и направления профессиональной самореализации; - основные современные тенденции развития науки в области теории упругости; - основные понятия теории упругости.</i>
УМЕТЬ	<i>- вырабатывать на основе рационального анализа экспериментальных результатов свою точку зрения в вопросах описания деформирования твердых тел и отстаивать ее во время дискуссии со специалистами и неспециалистами; - читать и реферировать научную литературу в области теории упругости; - оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей; - осуществлять отбор материала, характеризующего достижения в программном обеспечении и теории с учетом специфики направления подготовки.</i>
ВЛАДЕТЬ	<i>- основными методами решения краевых задач, иметь представление об основных понятиях коммерческих программных продуктов.</i>

#### 6. Образовательные технологии

Предполагается сочетание в учебном процессе лекционных занятий, сопровождаемых презентациями и учебными фильмами, с внеаудиторной работой студентов с рекомендованной литературой. По всем темам используется такая интерактивная форма проведения занятий как метод «лекция-диалог». Также в ходе занятий осуществляется разбор конкретных ситуаций и решение практических задач.

Материал лекционного курса увязывается с самыми современными исследованиями в передовых отечественных и в мировых центрах. Специально указываются темы, активно обсуждающиеся в текущей профессиональной научной литературе.

#### 7. Структура и содержание дисциплины

##### 7.1. Содержание тематических разделов

###### *Тема 1. ТЕОРИЯ ДЕФОРМАЦИЙ*

Материальные и пространственные системы координат. Определение тензора. Нелинейный тензор деформаций, изменение длины и направления материального волокна, относительные удлинения и сдвиги. Определение векторов поворота и перемещения по заданным деформациям. Тождества Сен-Венана.

###### *Тема 2. ТЕОРИЯ НАПРЯЖЕНИЙ*

Формула Коши, условия парности касательных напряжений. Тензор напряжений. Преобразование напряжений при повороте системы координат. Главные направления и

инварианты тензоров напряжений и деформаций. Диаграмма Мора. Максимальные значения касательных напряжений и сдвигов. Коэффициент Люде-Надаи. Уравнения равновесия элемента среды, выделенного из деформированного тела. Переход к линейным уравнениям равновесия. Уравнение движения.

### *Тема 3. УРАВНЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ*

Упругость твёрдых тел, модуль Юнга, коэффициент Пуассона. Закон Гука для однородного изотопного тела, различные формы его записи. Модули сдвига и объемного сжатия, упругие постоянные Даме. Закон термоупругости Дюамеля-Неймана.

Замкнутая система уравнений теории упругости. Различные формы ее записи, уравнения Ламе, уравнения Бельтрами-Митчелла. Постановка основных краевых задач.

### *Тема 4. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ И ВАРИАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ*

Теорема единственности решения основных краевых задач (статистика). Закон сохранения энергии. Упругий потенциал для изотермического и адиабатического процессов. Теорема единственности (динамика). Анизотропные упругие среды, обобщенный закон Гука. Формула и теорема взаимности Бетти.

Принцип минимума полной энергии. Дополнительная работа, принцип Кастильяно. Принцип Гамильтона.

### *Тема 5 ЗАДАЧА СЕН-ВЕНАНА*

Принцип Сен-Венана. Полуобратный метод Сен-Венана решения краевых задач. Постановка задачи Сен-Венана. Растяжение стержня продольной силой, изгиб моментом. Общая теория кручения стержней. Функция Прандтля. Результирующее касательное напряжение и его свойства. Аналогия Прандтля.

### *Тема 6 ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ*

Распространение волн в динамичной упругой среде. Продольные и поперечные волны, скорости их распространения. Поверхностные волны Рэлея.

### *Тема 7 ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА. ОБЩИЕ ФОРМУЛЫ*

Плоская деформация, обобщенное плоское напряженное состояние. Основные уравнения плоской задачи, приведение к случаю отсутствия объемных сил.

Функция напряжений. Комплексное представление бигармонической функции. Формулы Колосова-Мусхелишвили. Степень определенности введенных функций. Общие формулы для конечной многосвязной области. Некоторые свойства, вытекающие из аналитического характера решения плоской задачи; об аналитическом продолжении через контур. Приведение основных задач упругости к задачам теории функций комплексного переменного. О зависимости напряженного состояния от упругих постоянных.

### *Тема 8 МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ*

Ряды Фурье. Применение комфортного отображения. Преобразование основных формул, граничные условия в преобразованной области.

Интегралы типа Коши, формулы для их вычисления. Приведение основных краевых задач плоской теории упругости к функциональным уравнениям.

### *Тема 9 ТРЕХМЕРНЫЕ СТАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ*

Построение частных решений. Сосредоточенная сила в безграничной упругой среде. Применение теоремы Бетти в общей теории интегрирования уравнений теории упругости.

## 7.2. Тематическое планирование

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часов)	В том числе							
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					Самостоятельная работа обучающегося, часы из них		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Консультации	Контрольные занятия, коллоквиумы и т.п.	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п.	Всего
Тема 1. Теория деформаций.	8	4					4		
Тема 2. Теория напряжений.	8	4					4		
Тема 3. Уравнения линейной теории упругости.	6	2					4		
Тема 4. Общие теоремы и вариационные принципы.	8	4					4		
Тема 5. Задача Сен-Венана.	8	4					4		
Тема 6. Динамические задачи.	8	2	2				4		
Тема 7. Плоская задача. Общие формулы.	6	2					4		
Тема 8. Методы решения плоской задачи.	6	2					4		
Тема 9. Трехмерные статические задачи.	10	2	2				6		
Зачет	4				4				
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>26</b>	<b>4</b>		<b>4</b>		<b>38</b>		

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 ЗЕ, 72 часа: 26 лекционных час., 4 часа семинаров, 38 час. самостоятельной работы, 4 часа консультация перед зачетом и зачет.

## 8. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов

Самостоятельная работа аспиранта проводится в виде подготовки ответов на вопросы, анализа проблемных ситуаций, выполнения практических самостоятельных работ по анализу и разработке программ обучения, которые преподаватель выкладывает на согласованный с аспирантами общедоступный интернет-ресурс.

Используются виды самостоятельной работы аспиранта: в читальном зале библиотеки института и ГПНТБ, в учебных кабинетах, на рабочих местах с доступом к ресурсам Интернет и в домашних условиях. Порядок выполнения самостоятельной работы соответствует программе курса и контролируется в ходе семинарских занятий. Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, а также конспекты лекций.

## 9. Фонд оценочных средств

Основные вопросы для проведения зачета по итогам освоения дисциплины:

1. Введение. Задача о растяжении стержня.
2. Нелинейный тензор деформаций.
3. Относительные удлинения и сдвиги.
4. Тензор напряжений.
5. Главные направления и инварианты тензора напряжений.
6. Диаграмма Мора.
7. Уравнения равновесия и движения.
8. Тождества Сен-Венана.
9. Закон Гука.
10. Закон термоупругости.
11. Замкнутая система уравнений статики.
12. Уравнения Ламе.
13. Уравнения Бельтрами-Митчела.
14. Теорема единственности. Статика.
15. Упругий потенциал.
16. Основные вариационные принципы теории упругости.
17. Плоская деформация и плоское напряжённое состояние. В чём отличие? Что общего?
18. Функция Эра.
19. Бигармоническое уравнение. Переход в комплексную плоскость.
20. Формула Гурса.
21. Формула Колосова-Мусхелишвили для перемещений.
22. Случаи односвязной, многосвязной и бесконечной областей.
23. Метод конформных отображений.
24. Метод рядов.
25. Применение интегралов типа Коши.
26. Теорема Леви-Митчелла, её применение.
27. Принцип Сен-Венана.
28. Задача Сен-Венана.
29. Продольные волны.
30. Поперечные волны.
31. Влоны Релея.
32. Волны Лява.
33. В чем состоит метод Буссинеска построения частных решений упругих уравнений?
34. Решения в форме Папковича.
35. Задача о сосредоточенной силе в упругой среде? Вид особенности в точке приложения силы.
36. Применение теории Бетти в общей теории интегрирования упругих уравнений.

## 10. Ресурсное обеспечение

### 10.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы

а) Основная литература:

1. Ревуженко А.Ф. Механика сплошной среды: упругое тело. Новосибирск, ИПЦ НГУ, 2017-216 с.
2. Шемякин Е.И. Введение в теорию упругости. Учеб. пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1993. – 96 с.

б) дополнительная литература

3. Новожилов В.В. Теория упругости. Л.: Судпромгиз, 1956.
4. Демидов С.П. Теория упругости, М.: Высшая школа, 1979.

5. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966, 5 издание.

#### **10.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

- Российский образовательный федеральный портал - [www.edu.ru](http://www.edu.ru)
- Единое окно доступа к образовательным ресурсам - [www.window.edu.ru](http://www.window.edu.ru)
- [http://www.gumer.info/bibliotek\\_Buks/Pedagog/index.php](http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/Pedagog/index.php) - Библиотека Гумер - Механика

#### **10.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса:**

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование. На экран выводятся определения, основные понятия, схемы, также графические иллюстрации, помогающие наглядно подать материал. Также демонстрируются видеофильмы, показывающие на моделях динамику деформирования Земли под действием приливных сил, динамику выпуска сыпучих материалов (в первом приближении может быть использована упругая постановка задачи), формирование систем трещин в упругом слое и др.

Организационная работа по взаимодействию аспирантов и преподавателя осуществляется через образовательную закрытую группу электронной рассылки. Учебно-методические материалы по изучаемому курсу размещены на виртуальном диске с доступом, открытым для аспирантов образовательной группы. Информация об обновлении материалов рассылается по группе электронной рассылки.

#### **10.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Аудитории, оборудованные всем необходимым для чтения лекций: доска, экран, компьютер, мультимедийный проектор.

Составитель программы:

Ревуженко Александр Филиппович, д.ф.-м.н., проф.





## ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ В РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ

за 20\_\_\_/20\_\_\_ учебный год

В рабочую программу \_\_\_\_\_

для специальности \_\_\_\_\_

вносятся следующие дополнения и/или изменения:

Дополнения и изменения внес \_\_\_\_\_

(должность, Ф.И.О., подпись)

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры ТПМ Института

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г.

протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ТПМ

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(Ф.И.О.)