

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича  
Сибирского отделения Российской академии наук  
(ИТПМ СО РАН)



УТВЕРЖДАЮ

Директор ИТПМ СО РАН

чл.-корр. РАН

А.Н. Шиплюк

«24» 09 2018г.

Рабочая программа дисциплины

**«Математическое моделирование упруго-пластических сред»**

Направление подготовки 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность: 01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела»

Квалификация выпускника

Исследователь. Преподаватель-исследователь

Формы обучения: очная

Новосибирск 2018

## Содержание

	Аннотация	3
1.	Цель и задачи освоения дисциплины	3
2.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	3
3.	Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	3
4.	Объем дисциплины	4
5.	Входные требования для освоения дисциплины	4
6.	Образовательные технологии	4
7.	Структура и содержание дисциплины	4
	7.1. Содержание тематических разделов	4
	7.2. Тематическое планирование	6
8.	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов	7
9.	Фонд оценочных средств	7
10.	Ресурсное обеспечение	8
	10.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы	8
	10.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	8
	10.3. Перечень информационных технологий	8
	10.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины	8

## Аннотация

Программа курса (дисциплины) «**Математическое моделирование упруго-пластических сред**» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарт по направлению подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре 01.06.01 «математика и механика».

В основу настоящей программы положены следующие дисциплины: математический анализ, механика сплошной среды, уравнения математической физики.

### 1. Цель и задачи освоения дисциплины.

Дисциплина (курс) «**Математическое моделирование упруго-пластических сред**» имеет своей целью дать аспирантам углубленные знания и методы решения задач, возникающих при изучении деформирования твердых тел при достаточно малых нагрузках. Особое внимание уделено описанию базовых понятий, которые будут использоваться в последующих курсах, а также вариационных принципов и методов решения плоской задачи. Изучение курса направлено на подготовку аспирантов к сдаче «Кандидатского экзамена» по специальной дисциплине «Механика деформируемого твердого тела».

### 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «**Математическое моделирование упруго-пластических сред**» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Данный курс является базисом, на основе которого строится единая связанная структура теории континуальной модели материи и основных уравнений механики сплошных сред. Он является составной частью обширного раздела механики сплошных сред – механики деформируемого твердого тела.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

ПК-1 Способность свободно владеть фундаментальными разделами математики и механики, необходимыми для решения научно-исследовательских задач механики деформируемого твердого тела;

ПК-2 Способность использовать знания современных проблем и новейших достижений механики деформируемого твердого тела;

ПК-3 Способность самостоятельно ставить конкретные задачи научных исследований в области механики деформируемого твердого тела, а также решать их с помощью современной аппаратуры, оборудования, информационных технологий с использованием новейшего отечественного и зарубежного опыта;

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

*З1 Знать* корректную постановку физической задачи теории упругости (основные уравнения и граничные условия); свойства и модели упругого тела, модели пластичности;

*У1 Уметь* использовать полученные теоретические знания при решении практических задач, относящихся к области механики деформируемого твердого тела;

*В1 Владеть* современными методами и подходами в исследовании упруго-пластического деформирования.

#### 4. Объем дисциплины

Объем дисциплины составляет 2 зачетных единицы, всего 72 часа, из которых 30 часов составляет контактная работа аспиранта с преподавателем (лекции и семинары), 38 часов составляет самостоятельная работа аспиранта, 4 часа – консультация перед зачетом и зачет.

#### 5. Входные требования для освоения дисциплины

Для формирования компетенций в рамках дисциплины аспирант, приступивший к освоению программы аспирантуры, должен:

<b>ЗНАТЬ</b>	<i>возможные сферы и направления профессиональной самореализации;</i> <i>- основные современные тенденции развития науки в области теории упругости;</i> <i>- основные понятия теории упругости.</i>
<b>УМЕТЬ</b>	<i>- вырабатывать на основе рационального анализа экспериментальных результатов свою точку зрения в вопросах описания деформирования твердых тел и отстаивать ее во время дискуссии со специалистами и неспециалистами;</i> <i>- читать и реферировать научную литературу в области теории упругости;</i> <i>- оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей;</i> <i>- осуществлять отбор материала, характеризующего достижения в программном обеспечении и теории с учетом специфики направления подготовки.</i>
<b>ВЛАДЕТЬ</b>	<i>- основными методами решения краевых задач, иметь представление об основных понятиях коммерческих программных продуктов.</i>

#### 6. Образовательные технологии

Предполагается сочетание в учебном процессе лекционных занятий, сопровождаемых презентациями и учебными фильмами, с внеаудиторной работой студентов с рекомендованной литературой. По всем темам используется такая интерактивная форма проведения занятий, как метод «лекция-диалог». Также в ходе занятий осуществляется разбор конкретных ситуаций и решение практических задач.

Материал лекционного курса увязывается с самыми современными исследованиями в передовых отечественных и в мировых центрах. Специально указываются темы, активно обсуждающиеся в текущей профессиональной научной литературе.

#### 7. Структура и содержание дисциплины

##### 7.1. Содержание тематических разделов

*Тема 1. ВВЕДЕНИЕ. ТЕНЗОРЫ НАПРЯЖЕНИЙ, ДЕФОРМАЦИЙ, СКОРОСТЕЙ ДЕФОРМАЦИЙ.*

Введение. Тензоры напряжений, деформаций, скоростей деформаций. Инварианты тензоров, их механический смысл.

*Тема 2. ЗАКОН ГУКА, ПРЕДЕЛЫ ЕГО ПРИМЕНИМОСТИ.*

Закон Гука. Пределы его применимости. Отличие пластического течения от вязкого. Понятие о дислокациях, локализация пластической деформации. Линии Людерса–Чернова. Демонстрация видеофильма — локализация деформаций в сыпучих средах.

**Тема 3. ПОВЕРХНОСТЬ НАГРУЖЕНИЯ. РАЗЛИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ.**

Поверхности нагружения и текучести. Условия пластичности Треска–Сен-Венана и Мизеса. Понятие о внутреннем трении. Условия предельного состояния для сред с внутренним трением и сцеплением: порошковые материалы, сыпучие среды, горные породы. Дилатансия, пластическое разрыхление металлов.

**Тема 4. ТЕОРИИ ТЕЧЕНИЯ. АССОЦИИРОВАННЫЙ ЗАКОН ТЕЧЕНИЯ.**

Теории течения. Ассоциированный закон течения. Постулат Друкера. Постановки краевых задач.

**Тема 5. ДЕФОРМАЦИОННАЯ ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ.**

Деформационная теория пластичности. Классификация путей нагружения. Сравнение с теорией течения. Теория малых упруго-пластических деформаций А. А. Ильюшина. Метод упругих решений. Пример решения задачи.

**Тема 6. ИДЕАЛЬНОЕ ЖЕСТКОПЛАСТИЧЕСКОЕ ТЕЛО.**

Идеальное жесткопластическое тело. Свойства линий скольжения. Примеры точных решений уравнений идеальной пластичности. Задача о вдавливании штампа.

**Тема 7. ТЕОРЕМЫ ЕДИНСТВЕННОСТИ. ПРИНЦИПЫ ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ.**

Теоремы единственности. Экстремальные принципы для жесткопластического тела. Минимальные свойства действительного поля скоростей. Максимальные свойства действительного напряженного состояния. Примеры нахождения предельной нагрузки.

**Тема 8. КРУЧЕНИЕ ПРИЗМАТИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ ЗА ПРЕДЕЛОМ УПРУГОСТИ.**

Кручение призматического стержня за пределом упругости. Предельное равновесие при кручении. Характеристики. Песчаная аналогия Прандтля.

**Тема 9. УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В СТЕРЖНЕ.**

Упруго-пластические волны в стержне. Ударное нагружение. Волны разгрузки, остаточные деформации. Откольное разрушение твердых тел.

**Тема 10. НОВЫЕ ИНВАРИАНТЫ ТЕНЗОРА НАПРЯЖЕНИЙ, СООТВЕТСТВУЮЩИЕ УСЛОВИЯ ТЕКУЧЕСТИ И ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ.**

Новые инварианты тензора напряжений, соответствующие условия текучести и теории пластичности. Новое определение средних касательных и нормальных напряжений. Формулировка условий текучести для идеально связных сред и сред с внутренним трением. Применение ассоциированного закона течения.

**Тема 11. ДЕФОРМИРОВАНИЕ НЕБЕСНОГО ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРИЛИВНЫХ СИЛ КАК ПРИМЕР СЛОЖНОГО НАГРУЖЕНИЯ С НЕПРЕРЫВНЫМ ПОВОРОТОМ ОСЕЙ ТЕНЗОРА НАПРЯЖЕНИЙ.**

Деформирование небесного тела под действием приливных сил как пример сложного нагружения с непрерывным поворотом осей тензора напряжений. Экспериментальные результаты моделирования в лабораторных условиях. Демонстрация видеофильма, пример расчета.

## 7.2. Тематическое планирование

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часов)	В том числе							
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					Самостоятельная работа обучающегося, часы из них		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Консультации	Контрольные занятия, коллоквиумы и т.п.	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п.	Всего
Тема 1. Введение. Тензоры напряжений, деформаций, скоростей деформаций.	4	2					2		
Тема 2. Закон Гука, пределы его применимости.	8	2					4		
Тема 3. Поверхность нагружения. Различные условия пластичности.	10	2					4		
Тема 4. Теории течения. Ассоциированный закон течения.	10	2					4		
Тема 5. Деформационная теория пластичности.	10	4					4		
Тема 6. Идеальное жесткопластическое тело.	4	2	2				2		
Тема 7. Теоремы единственности. Принципы экстремальные.	10	4					4		
Тема 8. Кручение призматического стержня за пределом упругости.	4	2					2		
Тема 9. Упруго-пластические волны в стержне.	4	2					4		
Тема 10. Новые инварианты тензора напряжений, соответствующие условия текучести и теории пластичности.	4	2					4		
Тема 11. Деформирование небесного тела под действием приливных сил как пример сложного нагружения с непрерывным поворотом осей тензора напряжений.	4	2	2				4		
Консультация перед зачетом и зачет	4				4				
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>26</b>	<b>4</b>		<b>4</b>		<b>38</b>		

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 ЗЕ, 72 часа: 26 лекционных час., 4 часа семинаров, 38 час. самостоятельной работы, 4 часа – консультация перед зачетом и зачет.

## 8. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов

Самостоятельная работа аспиранта проводится в виде подготовки ответов на вопросы, анализа проблемных ситуаций, выполнения практических самостоятельных работ по анализу и разработке программ обучения, которые преподаватель выкладывает на общедоступный интернет-ресурс.

Используются виды самостоятельной работы аспиранта: в читальном зале библиотеки, Института и ГПНТБ, в учебных кабинетах, на рабочих местах с доступом к ресурсам Интернет и в домашних условиях. Порядок выполнения самостоятельной работы соответствует программе курса и контролируется в ходе семинарских занятий. Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, а также конспекты лекций.

## 9. Фонд оценочных средств

Основные вопросы для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

1. Какой математический объект называется тензором второго ранга?
2. Сколько инвариантов имеет тензор? Каков их механический смысл?
3. Сколько независимых постоянных фигурирует в законе Гука (в изотропном случае)?
4. В чем принципиальное отличие вязкого течения от пластического?
5. Что представляют собой линии Людерса–Чернова? Какие примеры Вы помните?
6. Чем поверхность нагружения отличается от поверхности текучести?
7. В чем принципиальное отличие условия пластичности Треска–Сен-Венана от условия Мизеса (для теоретических построений)? Что показывают экспериментальные данные?
8. Что означает понятие «внутреннего трения» для порошковых и сыпучих материалов? Для горных пород? Для металлов?
9. В чем состоит явление дилатансии? Пластического разрыхления металлов?
10. В чем смысл ассоциированного закона течения? Каковы основания для его принятия?
11. В чем состоит основное различие теорий типа течения от теорий деформационного типа? В чем состоят преимущества и недостатки той и другой теорий?
12. Приведите примеры пропорционального нагружения, нагружения без поворота осей, сложного нагружения с поворотом осей.
13. Какие краевые задачи рассматриваются в различных моделях пластичности?
14. Почему не всегда можно ставить задачи с условиями, заданными на замкнутом контуре? В чем состоит причина с формальной математической точки зрения, с «чисто механической» точки зрения?
15. В каких задачах можно пренебречь упругими деформациями?
16. Какие основные свойства линий скольжения Вы знаете?
17. Где используются основные точные решения задач теории идеальной пластичности?
18. В чем отличие решений Прандтля и Хилла в задаче о вдавлении штампа? Можно ли отнести такую неединственность к существенным недостаткам теории?
19. В чем сущность откольного разрушения? В чем состоит прикладное значение проблемы?
20. В чем состоит основная идея нового способа осреднения касательных и нормальных напряжений?
21. Какова логика дальнейших построений (см п. 20)?
22. Поясните природу приливных сил. Какой вид нагружения испытывает тело, которое вращается относительно направлений действия приливных сил?

## 10. Ресурсное обеспечение

### 10.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы

а) Основная литература:

1. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. — М.: Наука, 1969. — 420 с.
2. Ревуженко А. Ф. Механика сплошной среды: упругое тело. — Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2017. — 216 с.
3. Быковцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. — Владивосток: Дальнаука, 1998. — 528 с.

б) дополнительная литература

4. Ишлинский А. Ю., Ивлев Д. Д. Математическая теория пластичности. — М.: Физматлит, 2001. — 704 с.
5. Фрейденталь А., Гейрингер Х. Математические теории неупругой сплошной среды. — М.: Физматлит, 1962. — 432 с.
6. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. — М.: Мир, 1969. — Т. 1, 2. — 862 с.
7. Ключников В. Д. Математическая теория пластичности. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979. — 208 с.
8. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела: учебное пособие. — М.: Наука, Физматлит, 1998. — 712 с.
9. Ревуженко А. Ф. Приливные волны и направленный перенос масс Земли. — Новосибирск: Наука, 2013. — 204 с.
10. Хилл Р. Математическая теория пластичности. — М.: Изд-во технико-теоретической литературы, 1956. — 407 с.

### 10.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- Российский образовательный федеральный портал - [www.edu.ru](http://www.edu.ru)
- Единое окно доступа к образовательным ресурсам - [www.window.edu.ru](http://www.window.edu.ru)
- [http://www.gumer.info/bibliotek\\_Buks/Pedagog/index.php](http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/Pedagog/index.php) - Библиотека Гумер - Механика

### 10.3. Перечень информационных технологий

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование. На экран выводятся определения, основные понятия, схемы, также графические иллюстрации, помогающие наглядно подать материал. Также демонстрируются видео фильмы, показывающие на моделях динамику деформирования Земли под действием приливных сил, динамику выпуска сыпучих материалов (в первом приближении может быть использована упругая постановка задачи), формирование систем трещин в упругом слое и др.

Организационная работа по взаимодействию аспирантов и преподавателя осуществляется через образовательную закрытую группу электронной рассылки. Учебно-методические материалы по изучаемому курсу размещены на виртуальном диске с доступом, открытым для аспирантов образовательной группы. Информация об обновлении материалов рассылается по группе электронной рассылки.

### 10.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитории, оборудованные всем необходимым для чтения лекций: доска, экран, компьютер, мультимедийный проектор.

Составитель программы:

Ревуженко Александр Филиппович, д.ф.-м.н., проф.





**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ В РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ**  
за 20\_\_/20\_\_ учебный год

В рабочую программу \_\_\_\_\_

для специальности \_\_\_\_\_

вносятся следующие дополнения и/или изменения:

Дополнения и изменения внес \_\_\_\_\_

(должность, Ф.И.О., подпись)

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры ТПМ Института

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ТПМ

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(Ф.И.О.)