

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича
Сибирского отделения Российской академии наук (ИТПМ СО РАН)

Курмангалиев Рустам Закиржанович

НАУЧНЫЙ ДОКЛАД

об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы
(диссертации)

«Решение задачи фильтрации в трещине ГРП перидинамическим методом»

Направление подготовки

01.06.01 — Математика и механика

Направленность подготовки: 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

Научный руководитель:

д.ф.-м.н.

Поплавский Сергей Владимирович

Новосибирск, 2019

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы

Основной проблемой задач геомеханического и гидродинамического моделирования (устойчивость ствола скважины, гидроразрыва пласта, взаимовлияние напряженно-деформированного состояния и условий разработки) заключается в сложности подхода, который включает четыре фундаментальных разделов механики сплошной среды: теория упругости, теория фильтрации многофазного флюида, механика разрушения, механика трещин. В частности, для задачи ГРП (гидроразрыва пласта) имеется аналитическое решение отечественных авторов, изложенных в работе [1]. Этот класс задач решается численными методами: МКЭ (метод конечных элементов), МКР (метод конечных разностей), МКО (метод конечных объемов), мезомеханика и т.д. Предполагается, что среда сплошная и без различных включений и неоднородностей. В действительности, среда состоит из твердой фазы с различными включениями и пропитана флюидом (нефть, газ, вода). Если, к примеру, при помощи МКЭ моделировать геологическую среду, как структуру с различными включениями, то подход способствует огромным вычислительным затратам, что нецелесообразно. В работе используется бессеточный перидинамический подход для решения проблемы. Перидинамическая теория впервые была предложена [2], как нелокальная теория для расширения классического континуального подхода в механике сплошных сред и является частью большого семейства нелокальных теории разработанных еще в XX веке такими авторами, как [3-6]. Главной особенностью перидинамического подхода является, интегральная математическая постановка, тем самым не требуется анализ и подбор конкретных граничных условий. В перидинамике, парные взаимодействия между точками в твердом теле рассчитываются при помощи интегралов взаимодействия.

Благодаря перидинамическому подходу, имеется возможность моделирования на различных пространственных масштабах, начиная от мезомасштабов, заканчивая масштабами сравнимыми с размерами Земли. Однако точность приближения зависит от радиуса влияния, так называемого перидинамического горизонта. В зависимости от радиуса влияния, представляется возможным моделировать как сложные неоднородные материалы, так и слоистые композиты. Также этим методом позволяет производить одновременные связанные вычисления на перидинамических «сетках» и сетках конечных элементов. Авторами [7] показаны подходы для сшивки перидинамических узлов с узлами сетки конечных элементов. Данные подходы позволяют уточнить решения классических задач механики сплошных сред в переходных зонах.

Задача определения геометрии трещины гидроразрыва пласта (ГРП) является ключевой при разработке дизайна ГРП. В технологии ГРП используется основное уравнение теории фильтрации – закон Дарси. Текущее соотношение связывает расход жидкости, фильтрующейся через проницаемый пласт, с перепадом давления, проницаемостью пород, вязкостью флюидов и площадью притока флюидов. Целью проведения операции ГРП является создание формы и размеров трещины ГРП, которые позволили бы увеличить площадь притока пластовых флюидов и объем добываемого флюида в единицу времени. Очевидно, что размеры трещины контролируются сразу несколькими параметрами: прочностью (трещиностойкостью) пород, вязкостью жидкости ГРП и скоростью фильтрации жидкости в пласт. При определенной скорости утечек, давление, создаваемое жидкостью ГРП, может становиться недостаточным для увеличения размеров трещины. Кроме того, непроницаемые пласты, ограничивающие продуктивный пласт, обладают прочностными характеристиками, отличными от аналогичных характеристик продуктивного пласта. В то же время сжимающие напряжения, действующие в покрышке и подошве продуктивного пласта, как правило, превосходят напряжения в продуктивном пласте: трещина не может неограниченно расти в высоту из-за действия напряжений в покрышке и подошве продуктивного пласта.

Решение плоской задачи о деформации прямоугольной области с трещиной, нагруженной давлением на ее берегах, было получено в работах Ю. П. Желтова и С. А. Христиановича [1], Г. И. Баренблатта [8] и др. Последовательный обзор первоначальных решений с ясной системой обозначений и подробным объяснением физических допущений для рассматриваемой плоской задачи приведен в сборнике А. Ю. Ишлинского [9]. Среди работ последнего времени, которые следует выделить в контексте задачи, решаемой в данной работе, можно отметить решения, полученные в [10]. Также стоит упомянуть многочисленные решения зарубежных авторов [11], которые были получены независимо от работ отечественных ученых. Общим местом для всех решений является допущение о плоской деформации горизонтального сечения вертикальной трещины. В литературе принято обозначать модели такого класса аббревиатурой KGD (Khristianovich – Geerstma – de Klerk). Альтернативным взглядом на решение плоской задачи о росте трещины ГРП является класс моделей PKN (Perkins – Kern – Nordgren). В данном классе моделей рассматривается вертикальное сечение вертикальной же трещины ГРП. Интересной особенностью данного класса моделей является допущение о том, что трещина останавливает свой рост в высоту, когда подвижный фронт трещины достигает покрышки и подошвы продуктивного пласта, в котором и формируется трещина ГРП. Дальнейший рост объема трещины типа PKN происходит за счет роста в длину. Более

сложные модели (P3D,Planar-3D) предполагают, что фронт трещины может проникать на некоторую глубину в ограничивающие пласты.

Общей особенностью всех упомянутых решений является использование так называемых интегральных уравнений. В частности, решение о перемещении точек, расположенных на берегах трещины, получают путем совместного решения уравнения смазки (уравнение Рейнольдса) и интегрального уравнения связи между перемещениями и давлением на стенки трещины. Упомянутое интегральное уравнение получают путем того или иного обобщения классической задачи теории упругости о точечной силе, приложенной к упругому полупространству (задача Буссинеска). Теоретические решения плоской задачи теории упругости для областей с трещинами приведены в работах Мухелишвили [12], где представлен подробный вывод соответствующих интегральных уравнений с привлечением ТФКП. Поскольку задача о росте трещины ГРП предполагает рассмотрение физических процессов из различных разделов физики (теория трещин, теория фильтрации, гидродинамика и т. д.), то получение даже простейшего аналитического решения является очень полезным в теоретических работах по ГРП. Тем не менее, в работах последнего времени основной упор делается на численные решения задачи о росте трещины ГРП. Наиболее удачное численное решение для трещин типа KGD было получено Жаном Дероше и Марком Терцилином после разработки кода Logames [13]. Многие решения плоской задачи сравнивались именно с решением Logames. Отметим, что код Logames позволил смоделировать характер деформации берегов трещины вблизи ее кончика. Вообще говоря, распределение деформаций и давления в кончике трещины ГРП является определяющим для корректной количественной оценки. Более того, известно, что подвижный фронт жидкости ГРП отстает от подвижного фронта растущей трещины, при этом образуется так называемый «fluid lag» – сухой кончик трещины, преимущественно заполненной жидкостью ГРП. На существование лага указывалось ещё в работе [1], однако изучение влияния лага было выполнено в работе [8], а первые численные решения получены с помощью кода Logames. Отдельно следует упомянуть, что для лабораторной количественной проверки решений Logames была изготовлена специальная лабораторная установка. Этот факт является особенно интересным, поскольку большинство моделей ГРП не могут быть проверены в условиях лабораторного эксперимента из-за чрезвычайно сложной физики решаемой связанной задачи. В частности, прогиб стенок трещины типа KGD, а также распределение давления по длине трещины подробно рассмотрены в [15; 16]. Изучение этих работ показывает, что распределение прогибов стенок трещины вблизи кончика трещины подчиняется очень сложным физическим закономерностям поэтому привлекаются различные

асимптотические приближения решения либо используется достаточно мелкая расчетная сетка вблизи кончика трещины ГРП. Теоретический интерес представляет расчет геометрии трещины ГРП, распространяющейся в слоисто-неоднородном пласте при наличии такой системы напряжений на границах прямоугольной области, при которой трещина может искривляться. Кроме того, исследование поведения кончика трещины ГРП численными методами требует привлечения достаточно подробной расчетной сетки, как это было показано в работах [13–16]. Для того чтобы избежать адаптивного перестроения сетки в подвижном кончике трещины, была предложена автомоделная формулировка соответствующих уравнений в подвижной системе координат, расположенной в кончике прямолинейно распространяющейся трещины. При этом все переменные были представлены в безразмерной форме.

К сожалению, применение интегральных уравнений для областей, заполненных неоднородным материалом, вызывает большие теоретические сложности [17], поэтому для приемлемой точности решения требуется привлечение конечно-элементной формулировки. Наиболее полная конечно-элементная постановка задачи о росте трещины типа KGD при наличии эффектов фильтрации жидкости ГРП в пласт выполнена в работе [18]. В качестве условия на кончике трещины рассматривается специальная формулировка для действующих в кончике сил когезионного сцепления материала, удовлетворяющая условию Г. И. Баренблатта о плавном смыкании берегов трещины. В теоретических расчетах использование такой формулировки предполагает либо выбор изначально мелкой сетки, либо привлечение адаптивной сетки, либо специальной автомоделной формулировки уравнений по аналогии с [13; 14].

Исходя из вышеизложенного, актуальным на сегодняшний день стоит вопрос о моделировании поведения трещины ГРП бессеточными методами, учитывающие ряд важных эффектов, таких как: образование развитой сетки трещин, искривление трещины в пространстве. Данные эффекты носят научно-прикладной характер, позволяющие точнее оценивать тоннаж закачиваемого в трещину проппанта и прогнозировать место прорыва водоносного горизонта в тонких пропластках продуктивного слоя на месторождениях.

Цель работы

Целью настоящей работы является привлечение механизмов перидинамики для моделирования роста трещин и исследования процессов фильтрации жидкостей в ней.

Задачи исследования

1. Разработка упрощенной методики построения перидинамической сетки в коммерческих пакетах;

2. Разработка методики для решения связанной задачи ГРП при помощи перидинамического метода.

Научная новизна

Впервые проведено исследование распространения трещины ГРП при наличии эффектов фильтрации жидкости ГРП в пласт перидинамическим методом.

Научная и практическая значимость работы

На основе проведенного исследования реализован расчетный модуль в виде программного кода, который позволяет рассчитывать дизайн ГРП. Полученные результаты могут быть использованы как в новосибирских предприятиях, занимающихся разработкой программного обеспечения для нефтегазового сектора (ООО «Новосибирский Научный Технический Центр», ООО «Диджитал Филд Текнолоджис»), так и в ведущих российских нефтяных организациях (ООО «Газпромнефть НТЦ»).

Достоверность результатов работы обеспечивается использованием надежных апробированных методик и расчетных программных пакетах, а так же совпадением результатов работы с классическими решениями. Ключевые результаты научно—квалификационной работы докладывались и обсуждались на различных всероссийских конференциях.

На защиту выносятся:

1. Методика, позволяющая дополнять упруго-прочностные характеристики пород статистическими параметрами дисперсии свойств, используя физико-математическое моделирование;
2. Методика построения перидинамической сетки в коммерческих пакетах;
3. Методика моделирования роста трещин ГРП с привлечением механизмов адаптивной подвижной сетки;
4. Методика для решения связанной задачи ГРП при помощи перидинамического метода.

Апробация работы

Основные положения научно-квалификационной работы докладывались и обсуждались на всероссийских конференциях и семинарах, таких как: Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии (Шерегеш 2018), Математическое

моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений (Уфа 2017).

Публикации

Основные результаты научно-квалификационной работы опубликованы в 6 статьях и докладах, среди которых 4 статьи в рецензируемых журналах входящих в перечень РИНЦ и 2 публикаций в трудах конференций.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Глава 1. Разработан новый способ дополнения паспорта прочности параметрами дисперсии свойств за счет новой методики моделирования, использующей экспериментальные данные о структуре зерна, а также данные из различных видов скважинного каротажа. Методика учитывает влияние трещин и включений различных масштабов на упруго-прочностные свойства исследуемого образца. Математическое ядро данной методики прорабатывается в новой области механики, которая носит название перидинамика.

На **Рис. 1** показаны зависимости напряжений от деформаций (плоская деформация) для трех образцов зерна (размер 25 x 50 мм) в условиях кинематического одноосного сжатия, с контролируемым смещением верхнего торца на 1 мм. Первый образец описывается сплошной средой с модулем Юнга $E=20$ ГПа, коэффициентом Пуассона 0,25 и пределом текучести 50 МПа. Вторым образцом, при прочих равных, содержал одну вертикальную трещину со свободными краями, при этом предполагалось, что часть конечных элементов, непосредственно примыкающих к трещине, моделируется материалом со сниженной жесткостью и/или пределом текучести. Третий образец содержал сложное включение в виде частично сцементированной трещины, причем цемент моделировался системой стержней на основе перидинамического подхода. Из построенных кривых видно, что наблюдается закономерное снижение эффективного модуля упругости (наклон прямолинейного участка кривых) и эффективного предела текучести (точка перегиба) образца при добавлении включений разного рода: как полых трещин, так и заполненных связующим веществом.

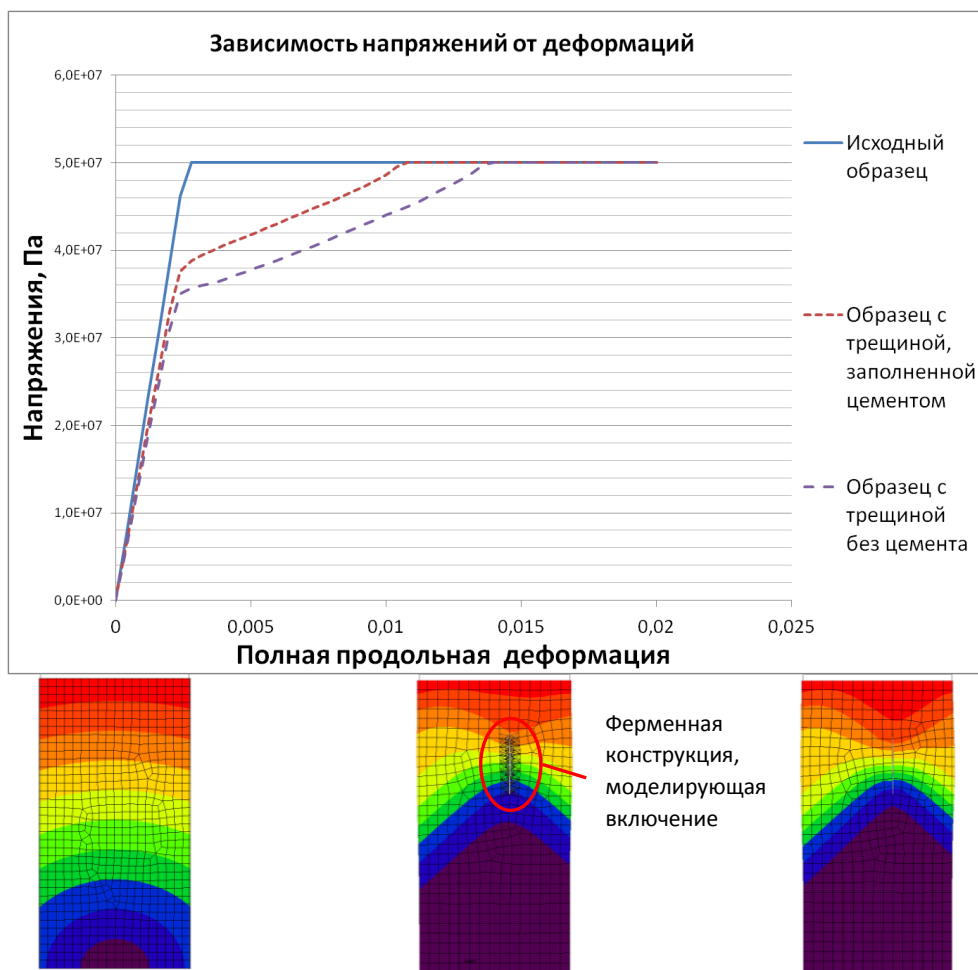


Рис. 1 Кривые напряжения-деформация и поля перемещений для трех цифровых образцов

Глава 2. Сформулирован алгоритм и создан программный модуль для генерации структуры взаимосвязанных узлов перидинамической сетки. При программной реализации такого алгоритма были получены ответы на целый спектр практических вопросов: шаг сетки и размеры перидинамического горизонта, прочность связей до момента разрушения, поведение связи после достижения критического удлинения (наличие или отсутствие остаточной прочности)

Размер перидинамического горизонта выбран как $\delta = 3 \Delta x$, Δx - шаг регулярной сетки. Результат представлен на **Рис. 2**

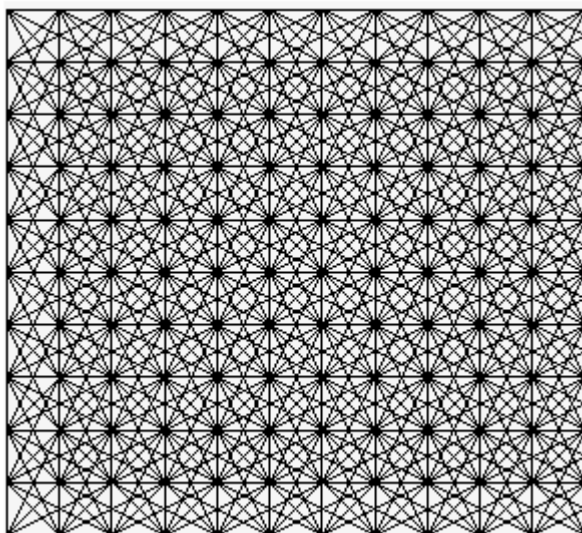


Рис. 2 Перидинамическая сетка с горизонтом $\delta = 3 \Delta x$

Также была решена модельная задача о плоской деформации при нагружении тела точечной силой. Постановка задачи представлена на **Рис. 3**. Следует отметить сложности, возникающие при выборе модели материала и типа конечного элемента из стандартной библиотеки. В частности, требуется пересчет упругих и прочностных констант эквивалентного материала, а также выбор характерного поперечного сечения для стержней. В результате использования стандартного конечно-элементного пакета удалось значительно сократить время подготовки данных для построения вычислительной модели и при этом получить стабильный решатель системы уравнений. Данный подход является наиболее перспективным при решении практических инженерных задач, однако требуется целый комплекс предварительных исследований для увязки численных значений параметров задачи, представленных в Табл. 1.

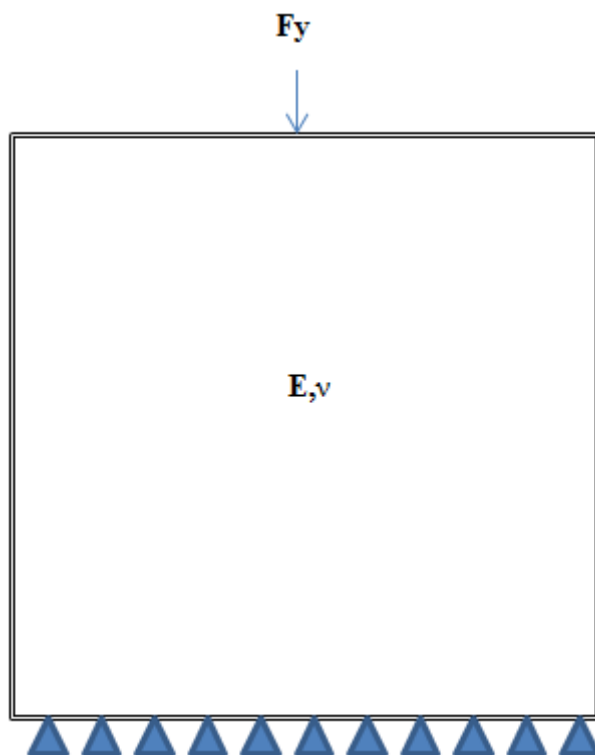


Рис. 3 Постановка задачи

Табл. 1 Перечень начальных входных данных

Величина	Мнемоника	Размерность	Количественная характеристика
Модуль Юнга	E	ГПа	10
Коэффициент Пуассона	ν	безразмерный	0.25
Шаг регулярной сетки	Δx	мм	0.04
Размер перидинамического узла	δ	мм	0.12
Начальная сила	F_y	Н	10

Рассчитанные параметры модуля Юнга по перидинамической методике:

$$E_{\text{плоское_напряжение}} = 9.55 \text{ ГПа}$$

$$E_{\text{плоская_деформация}} = 10.02 \text{ ГПа}$$

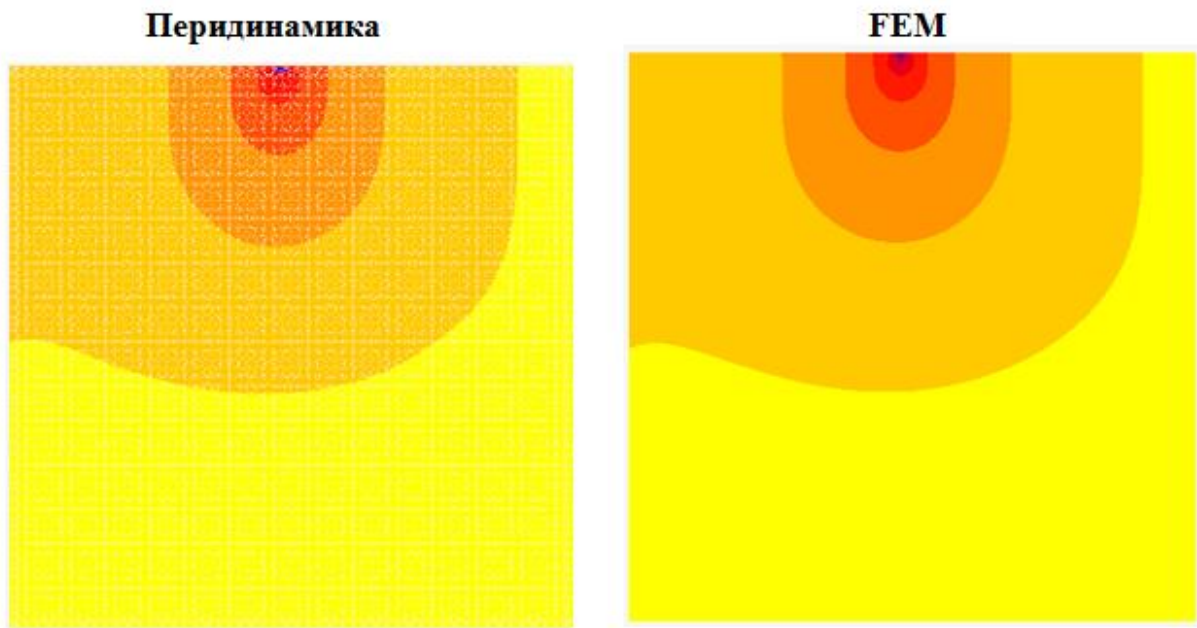


Рис. 4 Результат расчета, слева – распределение Y – смещения на перидинамической сетке, справа – распределение Y – смещение на сетке конечных элементов

На Рис. 4 и Рис. 5 представлены результаты решения модельной задачи, слева Y -смещение на перидинамической сетке, справа на сетке конечных элементов, для удобства сравним распределение Y -смещение на 3 слое сеток.

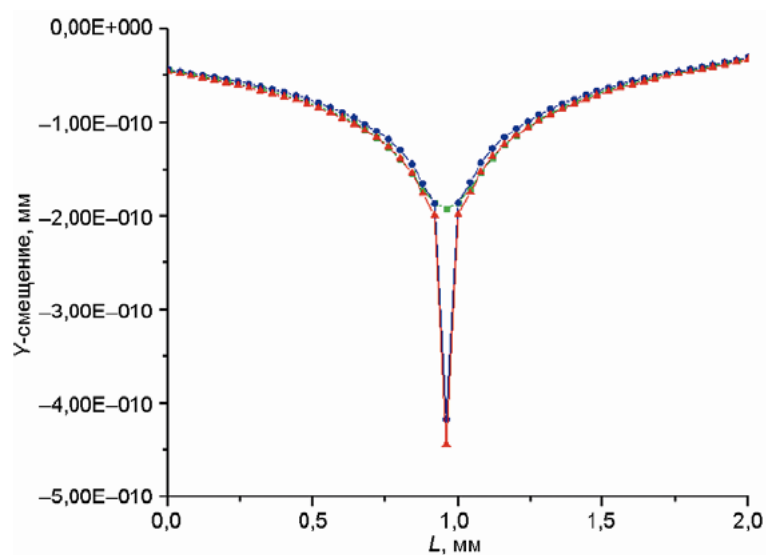


Рис. 5 Зависимость Y -смещения от координаты. Красная кривая – моделирование на сетке конечных элементов, зеленая кривая – моделирование на перидинамической сетке, задача о плоской деформации, синяя пунктирная кривая – моделирование на перидинамической сетке, задача о плоском напряжении.

Глава 3. Проведено моделирование роста трещин ГРП с привлечением механизмов адаптивной подвижной сетки. Система координат, граничные условия и исходная сетка показаны на **Рис. 6**

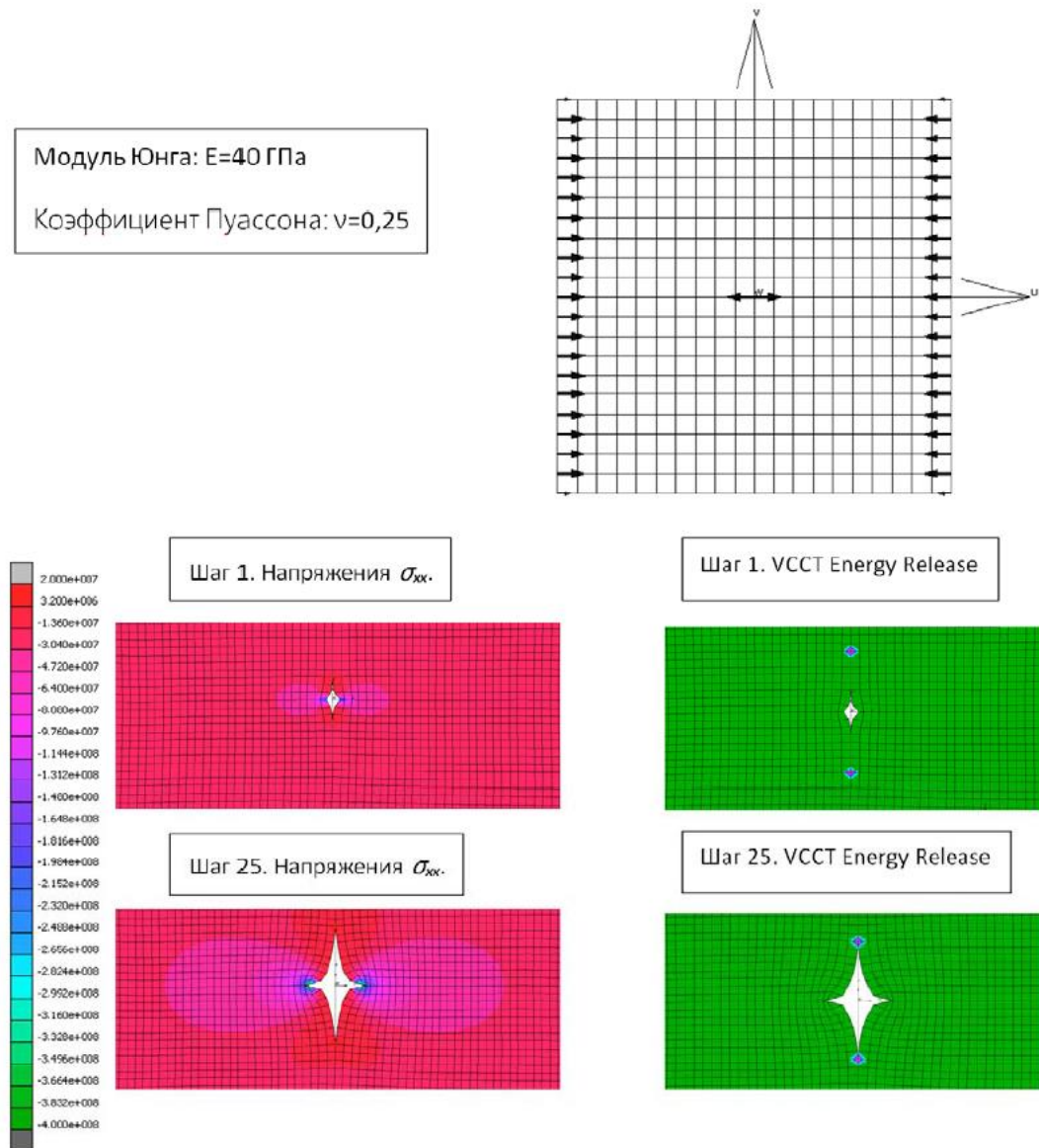


Рис. 6 Постановка задачи. Эволюция напряжений и положение зародыша трещины

Квадратная область Ω с размерами 10×10 м находится в условиях плоской деформации. На границе $v=\pm 5$ м перемещения в направлении v отсутствуют. На границе $u=\pm 5$ м задано давление 25 МПа. Вертикальный зародыш трещины длиной 1 м расположен в начале координат $u=v=w=0$. Две равные и противоположные силы 12.5 МН приложены в начале координат к противоположным берегам зародыша будущей трещины. По всей области задано начальное напряжение $\sigma_{xx}=25$ МПа. Остальные силы и напряжения в начальный момент времени равны нулю. Материал среды обладает модельной трещиностойкостью $K_{IC}=500 \text{ Н}\cdot\text{м}^{\frac{1}{2}}$. С момента $t=0$ сила, приложенные в начале

координат, постепенно возрастают, вызывая рост трещины. При достижении определенной величины нагрузки происходит прирост длины трещины вследствие превышения интенсивности напряжений в кончике K_I трещиностойкости материала K_{IC} , при этом осуществляется адаптивное перестроение сетки с ее измельчением в области кончика трещины. Для анализа используется упрощенный алгоритм, в основе которого лежит VCCT (virtual crack closure technique). Учитывая относительно сложную физику процесса ГРП, требуются достаточно эффективные формулировки системы уравнений и алгоритмы перестроения адаптивных подвижных сеток, которые бы позволили стабилизировать расчет и сократить расчетное время. Например, из анализа **Рис. 7** видно, что даже в условиях симметричного нагружения (закрепления) может происходить искривление траектории трещины, что, очевидно, вызвано ошибками округления при адаптивном перестроении сетки, а не физическими эффектами перераспределения напряжений.

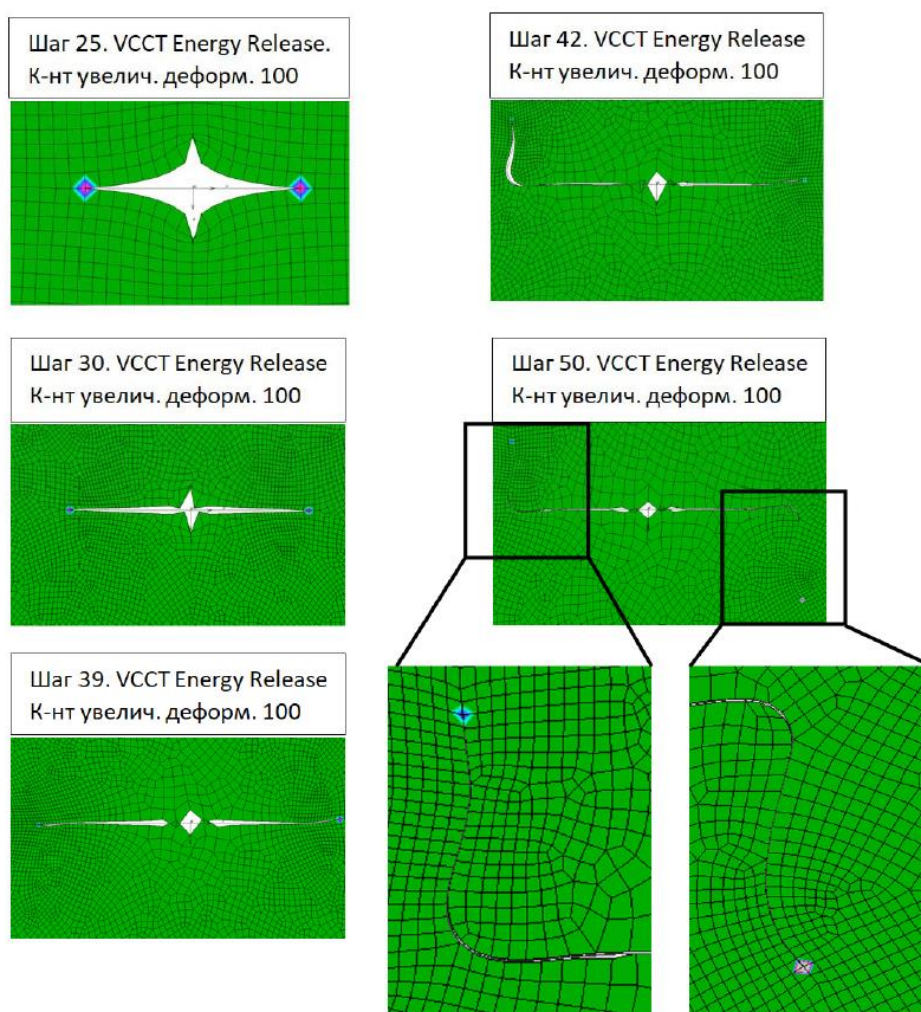


Рис. 7 Эволюция адаптивной сетки (повернута на 90°). Деформации показаны в увеличенном масштабе

Глава 4. Прделаны первые шаги для решения связанной задачи ГРП при помощи перидинамического метода. Прямоугольная область Ω имеет размеры 200×200 перидинамических узлов (общий размер области 0.05×0.25 м) с плотностью $\rho = 2500$ кг/м³, модулем Юнга $Y_M = 80$ ГПа и коэффициентом Пуассона $\nu = 0.33$. Горизонтальный зародыш трещины длиной 0.01 м расположен в начале координат $x=y=0$. Два равных и противоположных коэффициентов смещения (коэффициент X-смещения = 0.001 м, коэффициент Y-смещения = 0.0015 м) приложены в начале координат к противоположным берегам зародыша будущей трещины. По всей области задано начальное напряжение $\sigma_{xx} = 25$ МПа. В трещину под давлением 25 МПа закачивалась ньютоновская жидкость, у которой $\tau = \mu \cdot \dot{\gamma}$ (линейный закон), где $\dot{\gamma}$ - показатель структурной консистенции жидкости. Остальные силы и напряжения в начальный момент времени равны нулю. В результате симуляции получились следующие результаты, которые представлены на **Рис. 8**.

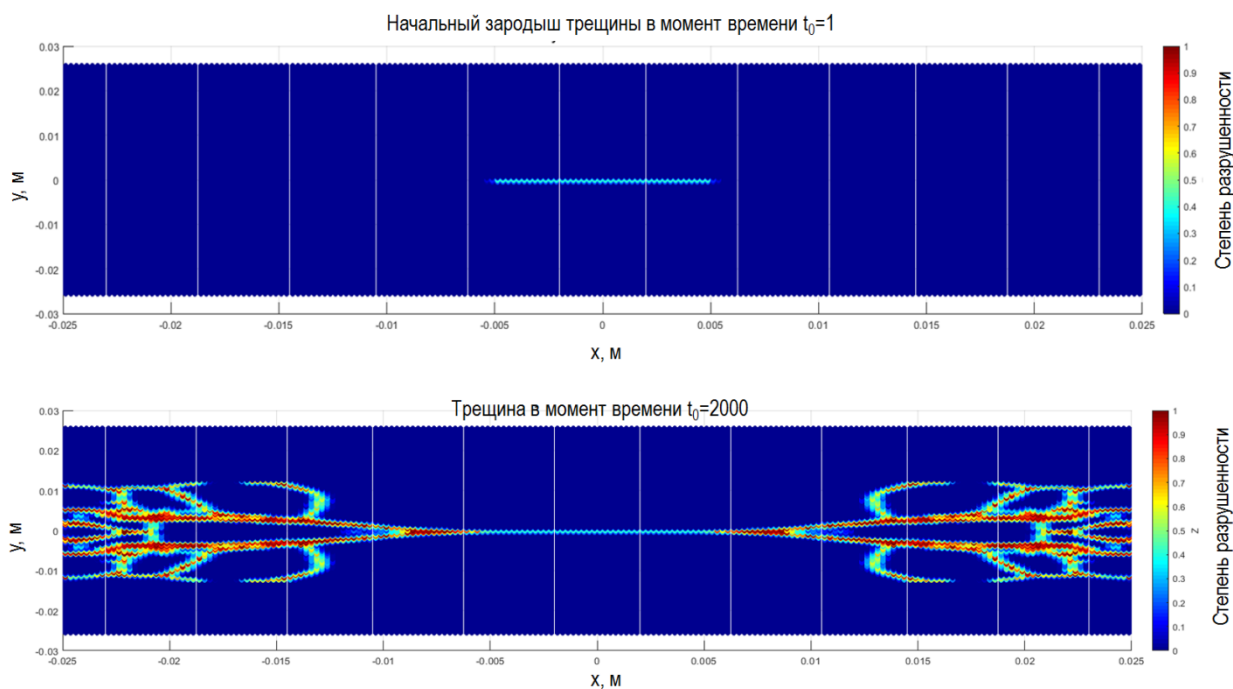


Рис. 8 Рост трещины ГРП. Верхняя картинка – зародыш трещины в начальный момент времени, нижняя картинка – трещина ГРП в момент времени $t_0=2000$

Благодаря перидинамическому подходу, представляется возможным получение картин распределенных основных «головных» и второстепенных трещин и точнее рассчитывать количество закачиваемого в нее расклинивающего агента «проппанта». Данный вопрос актуален для инженерных компаний, которую реализуют процедуру ГРП.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование процесса роста трещины ГРП и процессов фильтрации жидкости перидинамическим методом. Таким образом, сформировались следующие выводы:

1. Перидинамика относится к так называемой мезомеханике, поскольку занимает промежуточное положение между молекулярной динамикой и механикой сплошных сред. Использование перидинамики позволяет моделировать сложные эффекты в поведении материалов без существенного усложнения модели. Особый интерес у специалистов вызывает механика трещин, поскольку является самой малоизученной областью механики и допускает множество трактовок в зависимости от выбранного математического аппарата. Трещины в образце горной породы представляют собой сложные объекты, так как трудно выделить зоны с явно определяемым нарушением сплошности: на практике наблюдаются всевозможные тонкие включения разнородных материалов, перемежаемые с явным нарушением сплошности вдоль границ тонких включений. Макроскопическое поведение образцов горных пород трудно описать на основе ограниченного набора физических образцов и при этом сохраняя преимущества феноменологического описания среды. Подход, предложенный в **Главе 1**, позволяет дополнять упруго-прочностные характеристики пород статистическими параметрами дисперсии свойств, используя физико-математическое моделирование.
2. В **Главе 2** представлено решение задачи о нагружении двумерной плоской пластины при помощи перидинамического метода и метода конечных элементов. Картины смещений при решении обоими методами получились идентичными. Разработан алгоритм построения перидинамических расчетных моделей с использованием стандартных симуляторов напряженно-деформированного состояния.
3. По результатам, описанным в **Главе 3**, можно констатировать, что даже простейшие расчеты динамики трещин с применением современных универсальных симуляторов напряженно-деформированного состояния необходимо проводить с большой осторожностью, поскольку алгоритмы адаптивного перестроения расчетных сеток могут давать ошибочные

решения. Проблема выбора эффективного алгоритма генерации адаптивных подвижных сеток особенно актуальна для задач гидроразрыва пласта, поскольку в мире практически не существует лабораторных установок для проверки численных решений по всему спектру рассматриваемых физических эффектов ГРП.

4. В **Главе 4**, описаны первые шаги по решению связанной задачи ГРП при помощи перидинамического метода.

ЦИТИРУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.П. Желтов, С.А. Христианович О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта // Изв. АН СССР. ОТН. -1955. -№5. – С.3-41
2. S.A. Silling Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 48 (1), 2000, pp. 175 – 209
3. E. Kröner Elasticity theory of materials with long range cohesive forces. *International Journal of Solids and Structures* 3 (5), 1967, pp. 731 – 742.
4. И.А. Кунин Теория упругих тел с микроструктурой. Нелокальная теория упругости. Наука, 1975, с.415
5. D. Rogula Introduction to nonlocal theory of material media, 1982, pp. 123 – 222
6. A. Cemal Eringen Nonlocal Continuum Field Theories // Springer-Verlag New York, 2002, pp.376.
7. U. Galvanetto, T. Mudric, A. Shojaei, M. Zacariotto An effective way to couple FEM meshes and Peridynamic grids for the solution of static equilibrium points // *Mechanics Research Communications*. Accepted Manuscript, 2016.
8. Баренблатт Г. И. О равновесных трещинах, образующихся при хрупком разрушении. Общие представления и гипотезы. Осесимметричные трещины // *Прикладная математика и механика*. 1959. Т. 23, № 3. С. 434–444.
9. Ишлинский А. Ю. Прикладные задачи механики. М.: Наука, 1986.
10. Алексеенко О. П., Есипов Д. В., Куранаков Д. С., Лапин В. Н., Черный С. Г. Двумерная пошаговая модель распространения трещины гидроразрыва // *Вестн. НГУ. Серия: Математика, механика, информатика*. 2011. Т. 11, № 3. С. 36–59.
11. Economides M. J., Nolte K. G. *Reservoir Stimulation*. John Wiley & Sons, 2000.
12. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968

13. Desroches J., Thiercelin M. Modeling the propagation and closure of micro-hydraulic fractures // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 1993. Vol. 30, iss. 7. P. 1231–1234.
14. Garagash D., Detournay E. Similarity solution of a semi-infinite fluid-driven fracture in a linear elastic solid // Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. Series IIB. Mechanics-Physics-Chemistry-Astronomy. 1998. Vol. 326, iss. 5. P. 285–292.
15. Desroches J., Lenoach B., Papanastasiou P., Thiercelin M. On the Modelling of Near Tip Processes in Hydraulic Fractures // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 1993. Vol. 30, iss. 7. P. 1127–1134
16. Desroches J., Detournay E., Lenoach B., Papanastasiou P., Pearson J. R. A., Thiercelin M., Cheng A. The Crack Tip Region in Hydraulic Fracturing // Proc. of the Royal Society A. 1994. Vol. 447, iss. 1929. P. 39–48
17. Katsikadelis J. T. The Boundary Element Method for Engineers and Scientists. Theory and Applications. Elsevier, 2016.
18. Байкин А. Н. Динамика трещины гидроразрыва пласта в неоднородной пороупругой среде: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.05. Новосибирск, 2016

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

Публикации в рецензируемых журналах входящих в список РИНЦ:

1. Курмангалиев Р.З. О решении задачи нагружения плоского горного образца перидинамическим методом // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2018. № 10. С.48-52.
2. Глинский Б.М., Кабанихин С.И., Калинин С.А., Куликов И.М., Курмангалиев Р.З., Новиков Н.С., Рязанцев А.Э., Сапетина А.Ф., Черных И.Г., Шишленин М.А. Математическое моделирование упругопластических деформаций для задач образования и эволюции геологических трещин // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. 2018. Т. 16. № 1. С. 61-73.
3. Торопецкий К.В., Курмангалиев Р.З., Сердюк К.С, Верхушин И.А., Лыхин П.А. Реализация буровой механики в ПО «АРМ БУРЕНИЕ» // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2017. № 7. С.17-26.

4. Курмангалиев Р.З., Калинин С.А., Борисов Г.А. О моделировании прочностных характеристик керна // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2016. № 12. С.44-49.

Материалы, опубликованные в сборниках научных трудов конференций:

1. Курмангалиев Р.З. О решении связанной задачи пороупругости перидинамическим методом и методом конечных элементов // Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии. Тезисы докладов XII Всероссийской конференции молодых ученых. Под редакцией В.В. Козлова. 2018. С.91-92
2. Лысь Е.В., Торопецкий К.В., Курмангалиев Р.З, Самойлов М.И. Комплексное 3D моделирование процессов гидроразрыва пласта и класса смежных задач оценки напряженно-деформированного состояния месторождения // X научно-практическая конференция. Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений. Нефтяное хозяйство 18-21 апреля 2017. С. 19.